

\\ 133 \\

**Un esempio di opzione di investimento  
industriale con interazione  
competitiva e avversione al rischi**

di

Carlo Alberto Magni

Aprile 1996

Università di Modena  
Dipartimento di Economia Politica  
Viale Berengario, 51  
41100 Modena (Italia)  
e-mail: [magni@unimo.it](mailto:magni@unimo.it)



# UN ESEMPIO DI OPZIONE DI INVESTIMENTO INDUSTRIALE CON INTERAZIONE COMPETITIVA E AVVERSIONE AL RISCHIO

CARLO ALBERTO MAGNI

Dipartimento di Economia Politica  
Università degli Studi di Modena

ABSTRACT. Il presente lavoro espone un semplice esempio di opzione *comune* di investimento coerente con i modelli presenti in letteratura, con la differenza che la non esclusività dell'opzione è presa in considerazione sulla base del comportamento dei concorrenti, in particolare su una variabile di controllo direttamente rilevante per il valore attuale del progetto in considerazione. Essa incide in modo inversamente proporzionale sul progetto di investimento e per essa si ipotizza l'evoluzione mediante un moto geometrico browniano o un moto geometrico browniano associato a un processo di Poisson. Un approccio pragmatico permette di gestire l'avversione al rischio mediante la massimizzazione di un valore atteso corretto da un indice soggettivo di avversione al rischio, e si mostra che il risultato ottenuto è identico a quello conseguibile massimizzando un mero valore atteso non corretto ma modificando il parametro di deriva del moto geometrico browniano. In tal modo l'avversione al rischio può essere scaricata sul tasso medio di incremento della variabile aleatoria di riferimento. Infine si presenta un esempio di opzione *una tantum* per cui la conflittualità competitiva si manifesta direttamente attraverso la riduzione del valore dell'opzione.

## 1. Introduzione

Nella letteratura delle opzioni reali precipua importanza viene data alle opzioni esclusive (cfr. ad esempio McDonald-Siegel (1986), Pindyck (1991), Dixit (1992)), minore è la presenza di lavori che, più realisticamente, si occupino di opzioni di investimento *comuni* nelle quali cioè la concorrenza viene esplicitamente presa in considerazione ammettendone l'impatto sul valore dell'investimento (cfr. ad esempio Kester (1984), Trigeorgis (1986), Buttignon (1990, 1991)). Un modo di considerare la rilevanza della competizione nella determinazione della strategia ottima

di esercizio dell'opzione è la suddivisione delle opzioni comuni in opzioni *replicabili* e *una tantum*: le prime agiscono riducendo il valore attuale del progetto di investimento nel caso di esercizio congiunto di altri concorrenti, le seconde impediscono o riducono la libertà di esercizio per il detentore dell'opzione (Magni (1996b)). A ciò è possibile aggiungere la considerazione di variabili di controllo a disposizione dell'investitore per contrastare le azioni della concorrenza (cfr. Magni (1996a)). In alcuni casi, l'interazione competitiva può essere rappresentata in modo molto semplice. Di seguito si prenderà il caso di un settore economico caratterizzato dalla presenza di un leader il cui potere economico è tale da determinare, attraverso il suo comportamento, l'entità dei profitti degli investimenti intrapresi dai follower. Si supponga che ad uno di questi si prospetti l'opportunità di un nuovo investimento e sia esso tale da garantire un flusso di cassa continuo che dipenda direttamente dal comportamento seguito dal leader. Si può pensare all'introduzione sul mercato di una linea di prodotti il cui successo è strettamente legato alla capacità del leader di reagire all'innovazione e quindi dal tasso di investimento in ricerca da questo sostenuto: tanto più alto è l'investimento in ricerca tanto maggiore è la probabilità di un'azione di risposta vantaggiosa da parte del leader. Oppure si può pensare al tasso di investimento di pubblicità del leader, il cui livello incide in senso inversamente proporzionale al valore del business intrapreso dal follower: maggiore il tasso di investimento, minore l'efficacia dell'investimento per il follower. A differenza dei modelli presentati in letteratura, quindi, il comportamento di un concorrente viene preso come indice di riferimento per il valore del progetto, costituendo un parametro di osservazione in base al quale la scelta di esercizio viene compiuta.

Il comportamento di un'azienda concorrente è pertanto preso come misura di remuneratività "a rovescio" dell'investimento e il solo fatto di prendere in considerazione le azioni della concorrenza e farne derivare regole di comportamento per le strategie di investimento è un implicito riconoscimento del contesto di interazione competitiva all'interno del quale un qualsiasi agente economico opera (eccezion fatta per settori monopolistici ovviamente). La convenienza formale di questo modo di operare è data poi dalla possibilità di trattare modelli interattivi conservando il modello matematico di partenza con un'unica variabile aleatoria, evitando così la presenza di equazioni differenziali alle derivate parziali.

Questa impostazione risulta efficace in particolare quando le decisioni di investimento devono essere prese da aziende il cui potere economico

risulta minimo rispetto ai leader del settore. Si tratta cioè di follower del mercato i quali operano assumendo un profilo competitivo basso, seguendo e assecondando le mosse dei leader allo scopo di evitare guerre o battaglie concorrenziali in cui i primi sono destinati ad avere la peggio. Le azioni dei leader hanno una preminente influenza sui payoff dei follower; l'osservazione dei comportamenti del leader permette al follower di capire quali sono le intenzioni dell'azienda rivale più influente e di tarare la propria strategia in base a quella. Tuttavia non solo aziende minori possono utilizzare come variabile di riferimento il comportamento dei leader. Concorrenti di pari potere gerarchico possono studiarsi e scegliere la tempistica ottima di investimento in momenti in cui le rivali sembrano essere più disattente o più in difficoltà. Osservare il comportamento vuole allora dire osservare la o le variabili di controllo facenti capo ad una o più imprese e che siano in grado di determinare, direttamente o indirettamente, i flussi dell'investimento che si ha intenzione di intraprendere.

## 2. Il modello

Si supponga che al nostro investitore si offra la possibilità di un investimento e che la redditività di questo sia parzialmente determinata dal comportamento del leader che può agire su una variabile di controllo  $x(t)$ . Questa incide sul valore del progetto (che si suppone perpetuo) nel senso che se il leader non agisce su di essa, il follower consegue un flusso  $Pdt$  ad ogni intervallo infinitesimo  $dt$  a partire dal sostenimento del costo  $I$  necessario per l'esercizio dell'opzione reale. Nel caso verosimile in cui  $x(t) > 0$  per ogni  $t$ , il flusso di cassa diminuisce della quantità  $axdt$ , dove  $a$  misura la sensibilità del valore del progetto alla pressione della variabile di controllo del leader. In un certo senso il parametro  $a$  misura la capacità del follower di attenuare gli effetti di tale pressione e di proteggere quindi il valore dell'investimento. Il flusso scaturente dall'investimento è pertanto  $(P - ax)dt$  per ogni intervallo  $dt$ .  $x$  è una variabile aleatoria giacché il nostro decisore non conosce il comportamento futuro del concorrente. Egli può però configurare l'evoluzione di  $x$  secondo un moto geometrico browniano in cui  $\alpha$  sia il tasso medio di incremento della variabile di comportamento del leader stimato dal decisore e  $\sigma$  indichi un parametro di incertezza che moltiplica l'incremento  $dz$  di un processo di Wiener. È chiaro che  $\alpha$  e  $\sigma$  sono altamente soggettivi e derivano da analisi, studi, convinzioni proprie del decisore e che non è possibile derivare tali informazioni da modelli di equilibrio dei mercati di capitali (ad esempio, *CAPM*) Alternativamente, il detentore dell'opzione può associare al moto geometrico browniano un processo di-

scontinuo di Poisson, che dia conto dell'eventualità di "eventi" in cui la variabile di comportamento della concorrente subisca un incremento (o decremento) improvviso. Comincerò con l'ipotesi di moto geometrico browniano, cioè

$$dx = \alpha x dt + \sigma x dz.$$

Il valore dell'opzione di investimento dipende in senso inversamente proporzionale da  $x$ , così come il valore di investimento. Questo significa che all'aumentare di  $x$  il valore dell'attesa cresce, diminuendo invece al comprimersi delle spese di ricerca della concorrente. Ad un livello di  $x$  sufficientemente basso, tale che ci si possa difficilmente attendere un incremento dello stesso (se non in un futuro remoto), il decisore investirà nel progetto in questione. Pertanto risulta naturale porre

$$F(x) = \max \left[ \Omega(x), \frac{1}{1 + \rho dt} \mathcal{E}(F(x + dx)) \right];$$

$\Omega(x)$  è il valore attuale del progetto di investimento, ovvero

$$\Omega(x) = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} (P - \alpha x) dt - I = \frac{P}{\rho} - \frac{\alpha x}{\delta} - I \quad \delta := \rho - \alpha.$$

La regione di attesa è costituita, data la struttura dell'investimento e la sua dipendenza inversa dalla variabile di riferimento, da tutti quei valori di  $x$  tali che  $x \in (x^*, \infty)$ , dove  $x^*$  è il livello critico di  $x$  che giustifica l'attuazione dell'investimento. In questo intervallo il valore di proseguimento dell'equazione di Bellman si ricava da

$$\frac{1}{2} \sigma^2 x^2 F''(x) + \alpha x F'(x) - \rho F(x) = 0$$

la cui soluzione generale è data da

$$F(x) = A_1 x^{\beta_1} + A_2 x^{\beta_2}$$

dove  $\beta_1$  e  $\beta_2$  sono le soluzioni positiva e negativa dell'equazione

$$\frac{1}{2} \sigma^2 \beta(\beta - 1) + \alpha \beta - \rho = 0$$

Dal momento che un valore elevato di  $x$  rende molto improbabile, in base alle considerazioni fatte, l'investimento (e cioè l'esercizio dell'opzione reale),  $F(x)$  deve tendere a zero al divergere di  $x$ :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 0 \implies A_1 = 0.$$

Pertanto

$$F(x) = A_2 x^{\beta_2}. \quad (1)$$

Nella regione  $x < x^*$  invece si ha

$$F(x) = \Omega(x) = \frac{P}{\varrho} - \frac{ax}{\delta} - I.$$

Le condizioni al contorno sono

$$F(x^*) = \Omega(x^*) \quad F'(x^*) = \Omega'(x^*)$$

che diventano nel caso particolare

$$A_2(x^*)^{\beta_2} = \frac{P}{\varrho} - \frac{ax^*}{\delta} - I$$

$$\beta_2 A_2(x^*)^{\beta_2-1} = -\frac{a}{\delta}$$

da cui si traggono il valore di  $A_2$  (che risulta positivo) e il livello critico

$$x^* = \frac{\beta_2}{\beta_2 - 1} \frac{\delta}{a} \left( \frac{P}{\varrho} - I \right). \quad (2)$$

Esso è funzione decrescente di  $I$  e crescente di  $P$ : se il costo dell'investimento è più alto viene richiesto un livello critico  $x^*$  minore che lo compensi aumentando il valore del progetto. L'effetto di un incremento di  $P$  rende più alto il valore  $\Omega(x)$  e quindi consente l'accettazione di un valore critico inferiore. Se  $\alpha$  è positivo, affinché la (2) abbia senso bisogna porre  $\varrho > \alpha$ . Nel caso studiato il valore dell'opzione di investimento  $F(x)$  è una funzione concava con derivata negativa in ogni punto del suo dominio (vedi Figura 1). Se la relazione tra la variabile  $x$  e il valore del progetto fosse direttamente proporzionale la funzione  $F(x)$  sarebbe concava crescente. Ora, invece, la relazione inversa tra il primo e la seconda si traduce in termini grafici in una funzione concava decrescente. I due casi sono simmetrici nel senso che il grafico di  $F(x)$  si ottiene in ciascun caso dalla rotazione dell'altro attorno all'asse delle ordinate di centottanta gradi.

Il caso studiato può lasciare perplessi laddove si ammetta l'ipotesi che la variabile di riferimento segua un moto geometrico browniano. Se pur in alcuni casi una variabile come il prezzo di un prodotto può essere descritta da un moto di questo tipo, una variabile di controllo di un agente

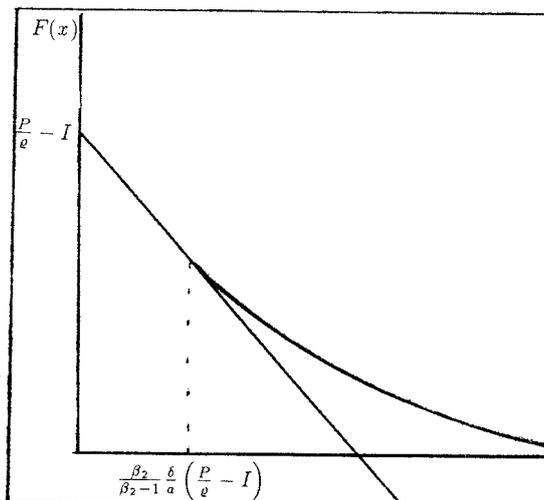


FIGURA 1

economico è più difficilmente prevedibile attraverso un'evoluzione stocastica di questo tipo. Più verosimile è ipotizzare che, assegnato un valore previsivo  $\alpha$  al tasso di incremento medio di  $x$ , la variabile di controllo possa compiere salti improvvisi in aumento o decremento riflettendo il carattere non sempre continuo del parametro. Si può pensare venire in mente la possibilità di coniugare il moto browniano con un moto discontinuo di Poisson. In particolare, si può supporre

$$dx = \alpha x dt + \sigma x dz + x dq \quad (3)$$

con

$$dq = \begin{cases} \varphi & \text{con probabilità } \gamma dt \\ 0 & \text{con probabilità } 1 - \gamma dt. \end{cases}$$

Il parametro  $\gamma$  rappresenta dunque il tasso medio di arrivo di un "evento", l'evento consistendo in un'improvvisa impennata ( $\varphi > 0$ ) o decremento ( $\varphi < 0$ ) nella variabile di controllo della concorrente. In tal caso l'equazione di Bellman nella regione  $x > x^*$  è data da

$$\rho F(x) dt = \mathcal{E}(dF) \quad (4)$$

che, applicando il Lemma di Ito per processi browniani e poissoniani associati (cfr. Malliaris-Brock (1990), pp. 122-123), dividendo per  $dt$  e

prendendo il limite per  $dt$  che tende a zero, diventa

$$\frac{1}{2}\sigma^2 x^2 F''(x) + \alpha x F'(x) - (\varrho + \gamma)F(x) + \gamma[F(x(1 + \varphi)) - F(x)] = 0. \quad (5)$$

La soluzione della (5) presenta ancora la forma

$$F(x) = A_2 x^{\beta_2^\circ}$$

dove  $\beta_2^\circ$  è soluzione negativa dell'equazione

$$\frac{1}{2}\sigma^2 \beta(\beta - 1) + \alpha\beta - (\varrho + \gamma) + \gamma(1 + \varphi)^\beta = 0. \quad (6)$$

$x^*$  è ottenuto dalla (6) per via numerica. Il caso studiato in precedenza si ottiene ponendo  $\varphi = 0$  (o  $\gamma = 0$ ). Se poi  $\varphi = -1$  è possibile trovare una soluzione analitica per il livello critico, per l'esattezza

$$x^* = \frac{\beta_2^\circ}{\beta_2^\circ - 1} \frac{\delta + \gamma}{a} \left( \frac{P}{\varrho} - I \right). \quad (7)$$

Si può mostrare che la (7) indica un livello critico maggiore rispetto alla (2), coerentemente all'intuizione che se l'evento consiste in una condizione favorevole per il follower allora una certa probabilità che esso abbia luogo accresce l'incentivo ad investire per il decisore.

### 3. Avversione al rischio: una proposta pragmatica

Il risultato ottenuto nel paragrafo precedente è derivato dalla massimizzazione di valori attesi. Ora, il valore atteso di una variabile aleatoria implica che il decisore ritenga ottimo ai fini della scelta l'uso di un indice medio della distribuzione di probabilità, che compensi cioè i valori estremi della stessa. Si può pensare di trattare l'ipotesi di avversione al rischio in modo semplificato e pragmatico ottenendo un interessante risultato. L'idea consiste nel decidere osservando non la media della distribuzione, ma, più in generale, un indice più vicino (o meno vicino in caso di propensione al rischio) all'estremo inferiore della distribuzione, a seconda del grado di avversione al rischio del decisore. In generale, se  $F(x)$  è una funzione aleatoria dipendente dalla variabile aleatoria  $x$  il calcolo della media  $\mathcal{E}(F(x))$  può essere sostituito dal calcolo dell'indice  $\mathcal{E}(F(x)) - \lambda \sqrt{\mathcal{V}(F(x))}$  dove  $\mathcal{V}(F(x))$  indica la varianza della funzione aleatoria  $F(x)$  e  $\lambda$  è un parametro soggettivo di avversione al rischio,

positivo se l'investitore è avverso al rischio, negativo in caso contrario (cfr. Magni (1994) e Rossi (1983), pp. 44–48). Si può pensare di impostare l'equazione di Bellman prendendo non il valore atteso ma un indice del tipo sopra visto, ciò che riflette l'idea che investitori avversi al rischio vogliono assicurare l'ottimalità della propria strategia sulla base di un indice più "pessimista", riassuntivo della distribuzione secondo la psicologia del decisore. Scegliendo questo indice, l'investitore si copre le spalle giacché pone l'accento sui valori più bassi della distribuzione della variabile  $x$ . Si può inoltre vedere questa impostazione come una generalizzazione della precedente, la quale ne costituisce un caso particolare con  $\lambda = 0$ . L'utilizzo della varianza o di un indice di correzione da essa derivato permette di trattare semplicemente, pur con gli ovvi limiti, il problema dell'avversione al rischio. Nel nostro caso, la variabile di riferimento è la variabile di comportamento  $x$  del leader del settore. Ai fini del calcolo del valore  $\lambda \mathcal{V}(F(x + dx))$  si noti, innanzi tutto, che vale la seguente identità:

$$\begin{aligned}\mathcal{E}(F(x + dx)^2) &= \mathcal{E}[(dF)^2 + F(x)^2 + 2dF \cdot F(x)] \\ &= \mathcal{E}(dF)^2 + \mathcal{E}(F(x)^2) + 2\mathcal{E}[dF \cdot F(x)].\end{aligned}$$

Analogamente, si ha

$$\begin{aligned}[\mathcal{E}(F(x + dx))]^2 &= [\mathcal{E}(dF + F(x))]^2 \\ &= [\mathcal{E}(dF)]^2 + [\mathcal{E}(F(x))]^2 + 2\mathcal{E}(dF)\mathcal{E}(F(x)).\end{aligned}$$

Ricordando che  $\mathcal{E}(dz) = 0$  e  $\mathcal{E}[(dz)^2] = dt$  e applicando il Lemma di Ito, da esse si ricava

$$\begin{aligned}\mathcal{V}(F(x + dx)) &= \mathcal{E}(F(x + dx)^2) - [\mathcal{E}(F(x + dx))]^2 \\ &= \mathcal{E}\left[\alpha x F'(x)dt + \frac{1}{2}\sigma^2 x^2 F''(x)dt + \sigma x F'(x)dz\right]^2 \\ &\quad - \left[\alpha x F'(x)dt + \frac{1}{2}\sigma^2 x^2 F''(x)dt\right]^2 = \sigma^2 x^2 F'(x)^2 dt.\end{aligned}$$

Nella regione  $x > x^*$  si può allora considerare l'indice

$$\lambda \sqrt{\sigma^2 x^2 F'(x)^2} = \lambda \sigma x F'(x) \quad (8)$$

come fattore di correzione per l'avversione al rischio per unità di tempo. Analogamente, nella regione  $x \leq x^*$ , essendo  $F(x) = V(x) - I$ , il fattore di correzione è

$$\lambda \sqrt{\sigma^2 x^2 V'(x)^2} = \lambda \sigma x V'(x). \quad (9)$$

In tal caso il problema si presenta come segue:

$$F(x) = \max \left[ V(x) - I, \frac{\mathcal{E}(F(x + dx)) - \lambda \sigma x F'(x) dt}{1 + \rho dt} \right] \quad (10)$$

dove  $V(x)$  può essere rappresentato nella seguente forma ricorsiva:

$$V(x) = (P - ax)dt + \frac{1}{1 + \rho dt} \mathcal{E}(V(x + dx)) - \lambda \sigma x V'(x) dt \quad (11)$$

e dove  $\lambda$  è il parametro (soggettivo) di avversione al rischio. Applicando il Lemma di Ito nella (10) si ha, nella regione  $x > x^*$ ,

$$\frac{1}{2} \sigma^2 x^2 F''(x) + (\alpha - \lambda \sigma) x F'(x) - \rho F(x) = 0 \quad (12)$$

da cui  $F(x) = A_1 x^{\kappa_1} + A_2 x^{\kappa_2}$ , dove  $\kappa_1$  e  $\kappa_2$  sono le soluzioni positiva e negativa rispettivamente dell'equazione

$$\frac{1}{2} \sigma^2 \kappa(\kappa - 1) + (\alpha - \lambda \sigma) \kappa - \rho = 0,$$

e sono date, precisamente, da

$$\kappa_{1,2} = \frac{1}{2} - \frac{\rho - \delta_\lambda}{\sigma^2} \pm \sqrt{\left[ \frac{\rho - \delta_\lambda}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right]^2 + \frac{2\rho}{\sigma^2}}$$

con  $\delta_\lambda := \rho - \alpha + \lambda \sigma$ . Per i motivi visti nel paragrafo precedente  $\kappa_1 = 0$  e pertanto

$$F(x) = A_2 x^{\kappa_2}. \quad (13)$$

Per quanto riguarda l'intervallo  $x \leq x^*$  la (11) permette di calcolare, mediante applicazione del Lemma di Ito, il valore attuale del progetto, che consegue dalla soluzione dell'equazione differenziale

$$\frac{1}{2} \sigma^2 x^2 V''(x) + (\alpha - \lambda \sigma) x V'(x) - \rho V(x) + P - ax = 0. \quad (14)$$

Si ha dunque

$$V(x) = B_1 x^{\kappa_1} + B_2 x^{\kappa_2} + \frac{P}{\varrho} - \frac{ax}{\delta_\lambda};$$

Dal momento che si ha, evidentemente,  $V(\infty) = 0$  la costante  $B_1$  deve essere nulla. Inoltre, la funzione ha un preciso significato economico se  $V'(x) < 0 \forall x$ , condizione che suggerisce che un aumento del livello di  $x$  si ripercuote sempre in senso negativo e mai in senso positivo sul valore del progetto. Assumendone dunque la decrescenza per  $x \geq 0$  si deve porre  $B_2 = 0$ . Se così non fosse, avremmo

$$V'(x) = \frac{\kappa_2 B_2}{x^{1-\kappa_2}} - \frac{a}{\delta_\lambda} < 0 \iff x^{1-\kappa_2} < \frac{\kappa_2 B_2 \delta_\lambda}{a};$$

ma ciò significherebbe che esistono valori di  $x$  per i quali  $V'(x) > 0$ , ciò che contraddice l'assunzione di monotonia. Si ha pertanto

$$V(x) = \frac{P}{\varrho} - \frac{ax}{\delta_\lambda} \quad (15)$$

e, conseguentemente,

$$F(x) = \frac{P}{\varrho} - \frac{ax}{\delta_\lambda} - I \quad x \leq x^*. \quad (16)$$

La decrescenza delle funzioni  $F(x)$  e  $V(x)$  ci mostra però che gli indici di correzione per l'avversione al rischio dati da  $\lambda\sigma x F'(x)$  e  $\lambda\sigma x V'(x)$  non sono coerenti con un'assunzione di *avversione* al rischio ma piuttosto con un'assunzione di *propensione* al rischio. Essi, infatti, se sottratti ai valori attesi  $\mathcal{E}(F(x + dx))$  e  $\mathcal{E}(V(x + dx))$  rispettivamente, contribuiscono a considerare valori della distribuzione di probabilità di  $F$  e di  $V$  superiori al valore atteso stante la negatività di  $F'(x)$  e  $V'(x)$ . Gli indici di avversione devono essere modificati in  $\lambda\sigma x |F'(x)|$  e  $\lambda\sigma x |V'(x)|$  rispettivamente<sup>1</sup> o, che è lo stesso, essi devono essere sommati, e non sottratti, ai rispettivi valori attesi. Questo implica che il prodotto  $\lambda\sigma$  nelle (11) e (14) viene sommato e non sottratto e che quindi  $\delta_\lambda =: \varrho - (\alpha + \lambda\sigma)$ . Dovendo essere  $V'(x) < 0$  è naturale poi porre  $\delta_\lambda > 0$  e quindi  $0 < \lambda < (\varrho - \alpha)/\sigma$ .

<sup>1</sup>In altri termini, nelle (8) e (9) si considerano le radici positive e non quelle negative.

Dalle note condizioni al contorno si ottiene infine

$$x^* = \frac{\kappa_2}{\kappa_2 - 1} \frac{\delta_\lambda}{a} \left( \frac{P}{\varrho} - I \right). \quad (17)$$

Il risultato ottenuto può essere visto anche in un altro modo: la quantità

$$\frac{P}{\varrho} - \frac{ax}{\delta_\lambda} = \frac{P}{\varrho} - a \int_0^\infty x e^{(\alpha + \lambda\sigma)t} e^{-\varrho t} dt$$

rappresenta il valore atteso di un progetto con flusso di cassa perpetuo  $(P - ax)dt$  di cui  $x$  varia secondo la legge

$$dx = (\alpha + \lambda\sigma)xdt + \sigma x dz.$$

È immediato verificare che accettando il valore atteso  $\mathcal{E}(F(x+dx))$  come indice riassuntivo della distribuzione di probabilità ma fissando una deriva pari a  $\alpha + \lambda\sigma$  nel moto browniano di  $x$ , si ottiene il medesimo risultato conseguito con l'assunzione di una deriva pari a  $\alpha$  ma con una avversione al rischio gestita da un fattore di avversione  $\lambda\sigma x |F'(x)|$ . In altri termini è possibile, sotto le ipotesi viste, scaricare l'avversione al rischio sul tasso di incremento della variabile  $x$  e maggiorarlo secondo la propria soggettività (data da  $\lambda$ ). Per sapere se in caso di avversione al rischio ( $\lambda > 0$ ) il livello soglia  $x^*$  è maggiore rispetto al caso di neutralità in cui  $\lambda = 0$  (come l'intuizione suggerisce) basta studiare  $x^*$  in funzione di  $\lambda$ . Si hanno due effetti:  $V(x) = P/\varrho - ax/\delta_\lambda$  diminuisce al ridursi di  $\delta_\lambda$  (causato da un incremento di  $\lambda$ ); in termini di avversione al rischio questo avviene perché ci si concentra su determinazioni della distribuzione di probabilità che sono sempre più piccole (ci si fida sempre meno della media come indice). Un incremento di  $\lambda$  indica infatti che il tasso atteso di incremento di  $x$  è superiore, l'opzione su un investimento è meno appetibile e  $V(x)$  è minore. Allo stesso tempo, il costo opportunità dell'attesa cresce (il valore atteso di crescita di  $F(x)$  è minore), così che il decisore è in questo senso più propenso ad esercitare la sua opportunità di investimento piuttosto che a mantenerla in vita. Dei due effetti contrastanti il primo prevale e un aumento in  $\lambda$  si risolve in una riduzione di  $x^*$ . Per verificarlo formalmente, si calcola

$$\kappa'_2(\lambda) = \frac{1}{\sigma} \frac{\sqrt{\left[\left(\frac{\varrho - \delta_\lambda}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{2\varrho}{\sigma^2}\right] - \left(\frac{\varrho - \delta_\lambda}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)}{\sqrt{\left[\left(\frac{\varrho - \delta_\lambda}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{2\varrho}{\sigma^2}\right]}} > 0.$$

Ciò premesso, è facile verificare che

$$\left( \frac{\kappa_2(\delta_\lambda)}{\kappa_2(\delta_\lambda) - 1} \right)' = \frac{-\kappa_2'(\delta_\lambda)}{[\kappa_2(\delta_\lambda) - 1]^2} < 0.$$

Ovviamente anche  $\delta_\lambda'(\lambda) < 0$  e pertanto, essendo la funzione

$$x^*(\lambda) = \frac{\kappa_2}{\kappa_2 - 1} \frac{\delta_\lambda}{a} \left( \frac{P}{\varrho} - I \right)$$

espressa come prodotto di due funzioni di  $\lambda$  positive e monotone decrescenti, anche essa risulta decrescente e

$$\lim_{\lambda \rightarrow (\frac{\varrho - \alpha}{\sigma})^+} x^*(\lambda) = 0.$$

Pertanto al crescere dell'avversione al rischio si riduce il valore di  $x^*$  e il decisore è incline ad attendere più a lungo prima di esercitare l'opzione: se  $\lambda = 0$  si ritorna al modello di partenza, se  $\lambda = (\varrho - \alpha)/\sigma$  l'investitore perde ogni disposizione al rischio ed esercita l'opzione solo in assenza di azione da parte del leader del settore. Per quanto detto, inoltre, si ottiene lo stesso risultato nel caso che l'avversione al rischio sia incorporata non nell'equazione di Bellman attraverso i fattori di avversione ma nel moto geometrico browniano stesso, il cui parametro  $\alpha$  viene incrementato della quantità  $\lambda\sigma$  (da questo punto di vista il modello di partenza è più generale).

#### 4. Opzioni comuni una tantum

Nella seguente sezione si prendono in considerazione i parametri di avversione visti in precedenza per un'opzione comune in cui l'esclusività dell'opzione è soggetta al sostenimento di un meccanismo di isolamento (cfr. Magni (1996a,1996b)).

Si consideri l'intervallo  $dt$  e si supponga che con probabilità  $\mu dt$  l'investitore possa conservare la detenzione dell'opzione solo sostenendo un costo pari a  $C$ . Il valore dell'opzione per  $x > x^*$  è allora dato da

$$(1 + \varrho dt)F(x) = \mu dt \mathcal{E}(F(x + dx) - C) + (1 - \mu dt) \mathcal{E}(F(x + dx)).$$

Una semplice applicazione del Lemma di Ito e delle condizioni al contorno mostrano che il livello critico di  $x^*$  è

$$x^* = \frac{\beta_2}{\beta_2 - 1} \frac{\delta}{a} \left( \frac{P + \mu C}{\varrho} - I \right) \quad (18)$$

che indica, come è naturale, un valore superiore a quello espresso in (2), suggerendo un esercizio più precoce dell'opzione (il costo  $C$  determina un incentivo all'esercizio dell'opzione). Introducendo i parametri di avversione  $\lambda\sigma x |F'(x)|$  e  $\lambda\sigma x |V'(x)|$  il valore dell'opzione in  $x > x^*$  è dato dall'equazione

$$(1 + \rho dt)F(x) = \mu dt [\mathcal{E}(F(x + dx) + \lambda\sigma x F'(x) - C)] \\ + (1 - \mu dt) [\mathcal{E}(F(x + dx) + \lambda\sigma x F'(x))],$$

mentre per  $x \leq x^*$  si ha

$$F(x) = \frac{P}{\rho} - \frac{ax}{\delta\lambda} - I.$$

È agevole anche in questo caso verificare che

$$x^* = \frac{\kappa_2^0 \delta\lambda}{\kappa_2^0 - 1} \left( \frac{P + \mu C}{\rho} - I \right) \quad (19)$$

dove  $\kappa_2^0$  è soluzione negativa dell'equazione

$$\frac{1}{2}\sigma^2\kappa(\kappa - 1) + (\alpha + \lambda\sigma)\kappa - \rho = 0.$$

## 5. Conclusioni

La (19) sopra vista non è che una progressiva estensione dei primi tre casi. Per una agevole comparazione dei risultati ottenuti si riscrivono di seguito i valori dei quattro livelli critici per i casi di neutralità e avversione al rischio ( $\lambda = 0$ ,  $\lambda \neq 0$  rispettivamente) inerenti ad un'opzione reale esclusiva e ad un'opzione comune *una tantum*. I quattro casi sono suddivisi come:

- (i) opzione esclusiva con  $\lambda = 0$ ,
- (ii) opzione esclusiva con  $\lambda \neq 0$ ,
- (iii) opzione comune con  $\lambda = 0$ ,
- (iv) opzione comune con  $\lambda \neq 0$ .

I livelli critici trovati sono:

$$x^* = \frac{\beta_2^{(1)}}{\beta_2^{(1)} - 1} \frac{\delta}{a} \left( \frac{P}{\varrho} - I \right) \quad (i)$$

$$x^* = \frac{\beta_2^{(2)}}{\beta_2^{(2)} - 1} \frac{\delta - \lambda\sigma}{a} \left( \frac{P}{\varrho} - I \right) \quad (ii)$$

$$x^* = \frac{\beta_2^{(3)}}{\beta_2^{(3)} - 1} \frac{\delta}{a} \left( \frac{P + \mu C}{\varrho} - I \right) \quad (iii)$$

$$x^* = \frac{\beta_2^{(4)}}{\beta_2^{(4)} - 1} \frac{\delta - \lambda\sigma}{a} \left( \frac{P + \mu C}{\varrho} - I \right) \quad (iv)$$

e le rispettive equazioni associate sono

$$\frac{1}{2}\sigma^2\beta(\beta - 1) + \alpha\beta - \varrho = 0 \quad (i)$$

$$\frac{1}{2}\sigma^2\beta(\beta - 1) + (\alpha + \lambda\sigma)\beta - \varrho = 0 \quad (ii)$$

$$\frac{1}{2}\sigma^2\beta(\beta - 1) + \alpha\beta - \varrho = 0 \quad (iii)$$

$$\frac{1}{2}\sigma^2\beta(\beta - 1) + (\alpha + \lambda\sigma)\beta - \varrho = 0. \quad (iv)$$

Il presente lavoro ha proposto un caso di opzione reale di differimento in cui il valore dell'investimento è inversamente proporzionale alla variabile aleatoria la quale esprime indirettamente la redditività dello stesso. Una proposta è stata presentata al fine di trattare in modo semplificato l'avversione al rischio del decisore attraverso parametri di avversione e si è visto come quest'ultima possa essere "scaricata" sul tasso atteso di incremento della variabile aleatoria di riferimento. La procedura è stata infine applicata a un'opzione comune *una tantum* e infine si è studiata la relazione esistente fra i diversi livelli critici ottenuti.

Ulteriori sviluppi possono essere pensati per la trattazione di modelli meno semplificati mediante la considerazione di una pluralità di parametri di osservazione, direttamente o inversamente correlati al valore del progetto da intraprendere e l'utilizzo di funzioni di utilità per la formalizzazione dell'avversione al rischio. In questo senso, un esempio di opzione reale di sviluppo è fornito da Peccati-Tagliani (1995).

## BIBLIOGRAFIA

- BUTTIGNON, F. (1990), *La strategia aziendale e il valore economico del capitale*, Cedam, Padova.
- , (1991), Modelli finanziari di valutazione delle strategie, in *La definizione e la valutazione delle strategie aziendali: criteri, metodi, esperienze* (A. Gozzi, a cura di), Etas, Milano, pp. 245–278.
- DIXIT, A. K. e PINDYCK, R. S. (1994), *Investment under Uncertainty*, Princeton University Press, Princeton, NJ.
- DONNA, G. (1991), Il valore economico della strategia, in *La definizione e la valutazione delle strategie aziendali: criteri, metodi, esperienze* (A. Gozzi, a cura di), ETAS Libri, Milano, pp. 185–213.
- , (1992), *La valutazione economica delle strategie d'impresa*, Giuffrè, Milano.
- DREYFUS, S. E. (1965), *Dynamic Programming and the Calculus of Variations*, Academic Press, New York.
- FLEMING, W. H. e RISHEL, R. W. (1975), *Deterministic and Stochastic Optimal Control*, Springer-Verlag, New York.
- GOZZI, A. (a cura di) (1991), *La definizione e la valutazione delle strategie aziendali: criteri, metodi, esperienze*, ETAS Libri, Milano.
- INTRILIGATOR, M. D. (1971), *Mathematical Optimization and Economic Theory*, Prentice Hall, Englewood Cliffs.
- KAMIEN, M. I. e SCHWARTZ, N. L. (1991), *Dynamic optimization: the calculus of variations and optimal control in economics and management*, second edition, North-Holland Publishing Company, New York.
- KESTER, W. C. (1984), Today's options for tomorrow's growth, *Harvard Business Review*, 153–160, (March-April).
- , (1986), An Option Approach to Corporate Finance, in *Handbook of Corporate Finance* (A. I. Altman, ed.), J. Wiley & Sons, New York.
- MAGNI, C. A. (1994), Un criterio "Matrioška" nella selezione del portafoglio, *Atti del XVIII Convegno A.M.A.S.E.S.*, 341–356, Modena, 5–7 settembre.
- MAGNI, C. A. (1996a), *Opzioni strategiche: un approccio integrato di programmazione dinamica e logica "vaga"*, Tesi di Dottorato, Università di Trieste, Trieste.
- MAGNI, C. A. (1996b), *Repeatable and una tantum real options: a dynamic programming approach*, Materiali di discussione, Università di Modena, Modena, Dipartimento di Economia Politica.
- MALLIARIS, A. G. e BROCK, W. A. (1990), *Stochastic Methods in Economics and Finance*, Fifth impression, North-Holland, New York.
- MCDONALD, R. e SIEGEL, D. R. (1985), The Value of Waiting to Invest, *Quarterly Journal of Economics* **101**, 707–727, (November).
- PECCATI, L. e TAGLIANI A. (1995), Investimenti in automazione flessibile: un semplice modello di valutazione, *Atti del XIX Convegno A.M.A.S.E.S.*, 508–517, Pugnochiuso, 25–28 settembre.
- PINDYCK, R. S. (1991), Irreversibility, Uncertainty, and Investment, *Journal of Economic Literature* **29**, 1110–1148, (September).
- ROSSI, F. A. (1983), *La programmazione matematica nella scelta degli investimenti industriali*, Libreria Universitaria Editrice, Verona.

- TRIGEORGIS, L. G. (1986), *Valuing Real Investment Opportunities: An Options Approach to Strategic Capital Budgeting*, Doctoral Thesis, Harvard University, Harvard.
- WHITTLE, P. (1983), *Optimization Over Time*, vol. II, John Wiley & Sons Ltd.

1. Maria Cristina Marcuzzo [1985] "Yoan Violet Robinson (1903-1983)", pp. 134
2. Sergio Lugaresi [1986] "Le imposte nelle teorie del sovrappiù", pp. 26
3. Massimo D'Angelillo e Leonardo Paggi [1986] "PCI e socialdemocrazie europee. Quale riformismo?", pp. 158
4. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1986] "Un suggerimento hobsoniano su terziario ed occupazione: il caso degli Stati Uniti 1960/1983", pp. 52
5. Paolo Bosi e Paolo Silvestri [1986] "La distribuzione per aree disciplinari dei fondi destinati ai Dipartimenti, Istituti e Centri dell'Università di Modena: una proposta di riforma", pp. 25
6. Marco Lippi [1986] "Aggregations and Dynamic in One-Equation Econometric Models", pp. 64
7. Paolo Silvestri [1986] "Le tasse scolastiche e universitarie nella Legge Finanziaria 1986", pp. 41
8. Mario Forni [1986] "Storie familiari e storie di proprietà. Itinerari sociali nell'agricoltura italiana del dopoguerra", pp. 165
9. Sergio Paba [1986] "Gruppi strategici e concentrazione nell'industria europea degli elettrodomestici bianchi", pp. 56
10. Nerio Naldi [1986] "L'efficienza marginale del capitale nel breve periodo", pp. 54
11. Fernando Vianello [1986] "Labour Theory of Value", pp. 31
12. Piero Ganugi [1986] "Risparmio forzato e politica monetaria negli economisti italiani tra le due guerre", pp. 40
13. Maria Cristina Marcuzzo e Annalisa Rosselli [1986] "The Theory of the Gold Standard and Ricardo's Standard Comodity", pp. 30
14. Giovanni Solinas [1986] "Mercati del lavoro locali e carriere di lavoro giovanili", pp. 66
15. Giovanni Bonifati [1986] "Saggio dell'interesse e domanda effettiva. Osservazioni sul cap. 17 della General Theory", pp. 42
16. Marina Murat [1986] "Betwinn old and new classical macroeconomics: notes on Lejonhufvud's notion of full information equilibrium", pp. 20
17. Sebastiano Brusco e Giovanni Solinas [1986] "Mobilità occupazionale e disoccupazione in Emilia Romagna", pp. 48
18. Mario Forni [1986] "Aggregazione ed esogeneità", pp. 13
19. Sergio Lugaresi [1987] "Redistribuzione del reddito, consumi e occupazione", pp. 17
20. Fiorenzo Sperotto [1987] "L'immagine neopopulista di mercato debole nel primo dibattito sovietico sulla pianificazione", pp. 34
21. M. Cecilia Guerra [1987] "Benefici tributari nel regime misto per i dividendi proposto dalla commissione Sarcinelli: una nota critica", pp. 9
22. Leonardo Paggi [1987] "Contemporary Europe and Modern America: Theories of Modernity in Comparative Perspective", pp. 38
23. Fernando Vianello [1987] "A Critique of Professor Goodwin's 'Critique of Sraffa'", pp. 12
24. Fernando Vianello [1987] "Effective Demand and the Rate of Profits. Some Thoughts on Marx, Kalecki and Sraffa", pp. 41
25. Anna Maria Sala [1987] "Banche e territorio. Approccio ad un tema geografico-economico", pp. 40
26. Enzo Mingione e Giovanni Mottura [1987] "Fattori di trasformazione e nuovi profili sociali nell'agricoltura italiana: qualche elemento di discussione", pp. 36
27. Giovanna Procacci [1988] "The State and Social Control in Italy During the First World War", pp. 18
28. Massimo Matteuzzi e Annamaria Simonazzi [1988] "Il debito pubblico", pp. 62
29. Maria Cristina Marcuzzo (a cura di) [1988] "Richard F. Kahn. A discipline of Keynes", pp. 118
30. Paolo Bosi [1988] "MICROMOD. Un modello dell'economia italiana per la didattica della politica fiscale", pp. 34
31. Paolo Bosi [1988] "Indicatori della politica fiscale. Una rassegna e un confronto con l'aiuto di MICROMOD", pp. 25
32. Giovanna Procacci [1988] "Protesta popolare e agitazioni operaie in Italia 1915-1918", pp. 45
33. Margherita Russo [1988] "Distretto Industriale e servizi. Uno studio dei trasporti nella produzione e nella vendita delle piastrelle", pp. 157
34. Margherita Russo [1988] "The effect of technical change on skill requirements: an empirical analysis", pp. 28
35. Carlo Grillenzoni [1988] "Identification, estimations of multivariate transfer functions", pp. 33
36. Nerio Naldi [1988] "'Keynes' concept of capital", pp. 40
37. Andrea Ginzburg [1988] "locomotiva Italia?", pp. 30
38. Giovanni Mottura [1988] "La 'persistenza' secolare. Appunti su agricoltura contadina ed agricoltura familiare nelle società industriali", pp. 40
39. Giovanni Mottura [1988] "L'anticamera dell'esodo. I contadini italiani della 'restaurazione contrattuale' fascista alla riforma fondiaria", pp. 40
40. Leonardo Paggi [1988] "Americanismo e riformismo. La socialdemocrazia europea nell'economia mondiale aperta", pp. 120
41. Annamaria Simonazzi [1988] "Fenomeni di isteresi nella spiegazione degli alti tassi di interesse reale", pp. 44
42. Antonietta Bassetti [1989] "Analisi dell'andamento e della casualità della borsa valori", pp. 12
43. Giovanna Procacci [1989] "State coercion and worker solidarity in Italy (1915-1918): the moral and political content of social unrest", pp. 41
44. Carlo Alberto Magni [1989] "Reputazione e credibilità di una minaccia in un gioco bargaining", pp. 56
45. Giovanni Mottura [1989] "Agricoltura familiare e sistema agroalimentare in Italia", pp. 84
46. Mario Forni [1989] "Trend, Cycle and 'Fortuitous cancellation': a Note on a Paper by Nelson and Plosser", pp. 4
47. Paolo Bosi, Roberto Golinelli, Anna Stagni [1989] "Le origini del debito pubblico e il costo della stabilizzazione", pp. 26
48. Roberto Golinelli [1989] "Note sulla struttura e sull'impiego dei modelli macroeconomici", pp. 21
49. Marco Lippi [1989] "A Shorte Note on Cointegration and Aggregation", pp. 11
50. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1989] "The Linkage between Tertiary and Industrial Sector in the Italian Economy: 1951-1988. From an External Dependence to an International One", pp. 40
51. Gabriele Pastrello [1989] "Francois quesnay: dal Tableau Zig-zag al Tableau Formule: una ricostruzione", pp. 48
52. Paolo Silvestri [1989] "Il bilancio dello stato", pp. 34
53. Tim Mason [1990] "Tre seminari di storia sociale contemporanea", pp. 26
54. Michele Lalla [1990] "The Aggregate Escape Rate Analysed through the Queueing Model", pp. 23
55. Paolo Silvestri [1990] "Sull'autonomia finanziaria dell'università", pp. 11
56. Paola Bertolini, Enrico Giovannetti [1990] "Uno studio di 'filiera' nell'agroindustria. Il caso del Parmigiano Reggiano", pp. 164
57. Paolo Bosi, Roberto Golinelli, Anna Stagni [1990] "Effetti macroeconomici, settoriali e distributivi dell'armonizzazione dell'IVA", pp. 24
58. Michele Lalla [1990] "Modelling Employment Spells from Emilia Labour Force Data", pp. 18

59. Andrea Ginzburg [1990] "Politica Nazionale e commercio internazionale", pp. 22
60. Andrea Giommi [1990] "La probabilità individuale di risposta nel trattamento dei dati mancanti", pp. 13
61. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1990] "The service sector in planned economies. Past experiences and future prospectives", pp. 32
62. Giovanni Solinas [1990] "Competenze, grandi industrie e distretti industriali. Il caso Magneti Marelli", pp. 23
63. Andrea Ginzburg [1990] "Debito pubblico, teorie monetarie e tradizione civica nell'Inghilterra del Settecento", pp. 30
64. Mario Forni [1990] "Incertezza, informazione e mercati assicurativi: una rassegna", pp. 37
65. Mario Forni [1990] "Misspecification in Dynamic Models", pp. 19
66. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1990] "Service Sector Growth in CPE's: An Unsolved Dilemma", pp. 28
67. Paola Bertolini [1990] "La situazione agro-alimentare nei paesi ad economia avanzata", pp. 20
68. Paola Bertolini [1990] "Sistema agro-alimentare in Emilia Romagna ed occupazione", pp. 65
69. Enrico Giovannetti [1990] "Efficienza ed innovazione: il modello 'Fondi e flussi' applicato ad una filiera agro-industriale", pp. 38
70. Margherita Russo [1990] "Cambiamento tecnico e distretto industriale: una verifica empirica", pp. 115
71. Margherita Russo [1990] "Distretti industriali in teoria e in pratica: una raccolta di saggi", pp. 119
72. Paolo Silvestri [1990] "La Legge Finanziaria. Voce dell'enciclopedia Europea Garzanti", pp. 8
73. Rita Paltrinieri [1990] "La popolazione italiana: problemi di oggi e di domani", pp. 57
74. Enrico Giovannetti [1990] "Illusioni ottiche negli andamenti delle Grandezze distributive: la scala mobile e l'appiattimento delle retribuzioni in una ricerca", pp. 120
75. Enrico Giovannetti [1990] "Crisi e mercato del lavoro in un distretto industriale: il bacino delle ceramiche. Sez. I", pp. 150
76. Enrico Giovannetti [1990] "Crisi e mercato del lavoro in un distretto industriale: il bacino delle ceramiche. Sez. II", pp. 145
78. Antonietta Bassetti e Costanza Torricelli [1990] "Una riqualificazione dell'approccio bargaining alla selezione di portafoglio", pp. 4
77. Antonietta Bassetti e Costanza Torricelli [1990] "Il portafoglio ottimo come soluzione di un gioco bargaining", pp. 15
79. Mario Forni [1990] "Una nota sull'errore di aggregazione", pp. 6
80. Francesca Bergamini [1991] "Alcune considerazioni sulle soluzioni di un gioco bargaining", pp. 21
81. Michele Grillo e Michele Polo [1991] "Political Exchange and the allocation of surplus: a Model of Two-party competition", pp. 34
82. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1991] "The 1990 Polish Recession: a Case of Truncated Multiplier Process", pp. 26
83. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1991] "Polish firms: Private Vices Public Virtues", pp. 20
84. Sebastiano Brusco e Sergio Paba [1991] "Connessioni, competenze e capacità concorrenziale nell'industria della Sardegna", pp. 25
85. Claudio Grimaldi, Rony Hamoui, Nicola Rossi [1991] "Non Marketable assets and households' Portfolio Choice: a Case of Study of Italy", pp. 38
86. Giulio Righi, Massimo Baldini, Alessandra Brambilla [1991] "Le misure degli effetti redistributivi delle imposte indirette: confronto tra modelli alternativi", pp. 47
87. Roberto Fanfani, Luca Lanini [1991] "Innovazione e servizi nello sviluppo della meccanizzazione agricola in Italia", pp. 35
88. Antonella Caiumi e Roberto Golinelli [1992] "Stima e applicazioni di un sistema di domanda Almost Ideal per l'economia italiana", pp. 34
89. Maria Cristina Marcuzzo [1992] "La relazione salari-occupazione tra rigidità reali e rigidità nominali", pp. 30
90. Mario Biagioli [1992] "Employee financial participation in enterprise results in Italy", pp. 50
91. Mario Biagioli [1992] "Wage structure, relative prices and international competitiveness", pp. 50
92. Paolo Silvestri e Giovanni Solinas [1993] "Abbandoni, esiti e carriera scolastica. Uno studio sugli studenti iscritti alla Facoltà di Economia e Commercio dell'Università di Modena nell'anno accademico 1990/1991", pp. 30
93. Gian Paolo Caselli e Luca Martinelli [1993] "Italian GPN growth 1890-1992: a unit root or segmented trend representation?", pp. 30
94. Angela Politi [1993] "La rivoluzione fraintesa. I partigiani emiliani tra liberazione e guerra fredda, 1945-1955", pp. 55
95. Alberto Rinaldi [1993] "Lo sviluppo dell'industria metalmeccanica in provincia di Modena: 1945-1990", pp. 70
96. Paolo Emilio Mistrulli [1993] "Debito pubblico, intermediari finanziari e tassi d'interesse: il caso italiano", pp. 30
97. Barbara Pistoresi [1993] "Modelling disaggregate and aggregate labour demand equations. Cointegration analysis of a labour demand function for the Main Sectors of the Italian Economy: 1950-1990", pp. 45
98. Giovanni Bonifati [1993] "Progresso tecnico e accumulazione di conoscenza nella teoria neoclassica della crescita endogena. Una analisi critica del modello di Romer", pp. 50
99. Marcello D'Amato e Barbara Pistoresi [1994] "The relationship(s) among Wages, Prices, Unemployment and Productivity in Italy", pp. 30
100. Mario Forni [1994] "Consumption Volatility and Income Persistence in the Permanent Income Model", pp. 30
101. Barbara Pistoresi [1994] "Using a VECM to characterise the relative importance of permanent and transitory components", pp. 28
102. Gian Paolo Caselli e Gabriele Pastrello [1994] "Polish recovery from the slump to an old dilemma", pp. 20
103. Sergio Paba [1994] "Imprese visibili, accesso al mercato e organizzazione della produzione", pp. 20
104. Giovanni Bonifati [1994] "Progresso tecnico, investimenti e capacità produttiva", pp. 30
105. Giuseppe Marotta [1994] "Credit view and trade credit: evidence from Italy", pp. 20
106. Margherita Russo [1994] "Unit of investigation for local economic development policies", pp. 25
107. Luigi Brighi [1995] "Monotonicity and the demand theory of the weak axioms", pp. 20
108. Mario Forni e Lucrezia Reichlin [1995] "Modelling the impact of technological change across sectors and over time in manufacturing", pp. 25
109. Marcello D'Amato e Barbara Pistoresi [1995] "Modelling wage growth dynamics in Italy: 1960-1990", pp. 38
110. Massimo Baldini [1995] "INDIMOD. Un modello di microsimulazione per lo studio delle imposte indirette", pp. 37
111. Paolo Bosi [1995] "Regionalismo fiscale e autonomia tributaria: l'emersione di un modello di consenso", pp. 38
112. Massimo Baldini [1995] "Aggregation Factors and Aggregation Bias in Consumer Demand", pp. 33
113. Costanza Torricelli [1995] "The information in the term structure of interest rates. Can stochastic models help in resolving the puzzle?" pp. 25
114. Margherita Russo [1995] "Industrial complex, pôle de développement, distretto industriale. Alcune questioni sulle unità di indagine nell'analisi dello sviluppo." pp. 45

115. Angelika Moryson [1995] "50 Jahre Deutschland. 1945 - 1995" pp. 21
116. Paolo Bosi [1995] "Un punto di vista macroeconomico sulle caratteristiche di lungo periodo del nuovo sistema pensionistico italiano." pp. 32
117. Gian Paolo Caselli e Salvatore Curatolo [1995] "Esistono relazioni stimabili fra dimensione ed efficienza delle istituzioni e crescita produttiva? Un esercizio nello spirito di D.C. North." pp. 11
118. Mario Forni e Marco Lippi [1995] "Permanent income, heterogeneity and the error correction mechanism." pp. 21
119. Barbara Pistoresi [1995] "Co-movements and convergence in international output. A Dynamic Principal Components Analysis" pp. 14
120. Mario Forni e Lucrezia Reichlin [1995] "Dynamic common factors in large cross-section" pp. 17
121. Giuseppe Marotta [1995] "Il credito commerciale in Italia: una nota su alcuni aspetti strutturali e sulle implicazioni di politica monetaria" pp. 20
122. Giovanni Bonifati [1995] "Progresso tecnico, concorrenza e decisioni di investimento: una analisi delle determinanti di lungo periodo degli investimenti" pp. 25
123. Giovanni Bonifati [1995] "Cambiamento tecnico e crescita endogena: una valutazione critica delle ipotesi del modello di Romer" pp. 21
124. Barbara Pistoresi e Marcello D'Amato [1995] "La riservatezza del banchiere centrale è un bene o un male? Effetti dell'informazione incompleta sul benessere in un modello di politica monetaria." pp. 32
125. Barbara Pistoresi [1995] "Radici unitarie e persistenza: l'analisi univariata delle fluttuazioni economiche." pp. 33
126. Barbara Pistoresi e Marcello D'Amato [1995] "Co-movements in European real outputs" pp. 20
127. Antonio Ribba [1996] "Ciclo economico, modello lineare-stocastico, forma dello spettro delle variabili macroeconomiche" pp. 31
128. Carlo Alberto Magni [1996] "Repeatable and a tantum real options a dynamic programming approach" pp. 23
129. Carlo Alberto Magni [1996] "Opzioni reali d'investimento e interazione competitiva: programmazione dinamica stocastica in optimal stopping" pp. 26
130. Carlo Alberto Magni [1996] "Vaghezza e logica fuzzy nella valutazione di un'opzione reale" pp. 20
131. Giuseppe Marotta [1996] "Does trade credit redistribution thwart monetary policy? Evidence from Italy" pp. 20
132. Mauro Dell'Amico e Marco Trubian [1996] "Almost-optimal solution of large weighted equilibrium problems" pp. 30

